2021 Revision

ත්‍රිකෝණමිතික සමීකරණ

Ruwan Darshana
B.Sc. (Hons)

01. පහත සමීකරණ විසඳන්න.

(1) $\tan x = \sqrt{3}$

(2) $\sqrt{3}\tan\theta - 1 = 0$

(3) $\tan^2 x = 1$

(4) $\tan^2 x - \tan x - 6 = 0$

(5) $\tan^3 x = 3\tan x$

(6) $\tan 4x = \sqrt{3}$

(7) $\sqrt{3}\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0$

(8) $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(9) $2\sin x - 1 = 0$

(10) $4\sin^3 x = \sin x$

(11) $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$

(12) $2\cos x = 1$

(13) $\cos x = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

(14) $\cos^3 x = \cos x$

(15) $2\cos 3x = 1$

(16) $\cot x = \sqrt{3}$

(17) $\operatorname{cosec} x = 2$

(18) $\sec x = 1$

02. පහත සමීකරණවල සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(1) $\sin 2x = \sin x$

(2) $\tan^2 x - (\sqrt{3} + 1)\tan x + \sqrt{3} = 0$

(3) $\cos 2x + 3\sin x = 2$

(4) $\sin 5x + \sin x = \sin 3x$

(5) $\sin 7x = \cos 3x$

(6) $\tan 4x = \cot x$

(7) $\cot^2\theta = \operatorname{cosec}\theta + 1$

(8) $\cos\theta + \cos 3\theta = 2\cos 2\theta$

(9) $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$

(10) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$

03. පහත සමීකරණ විසඳන්න.

(1) $\sqrt{3}\cos x - \sin x = 1$

(2) $\cos x + \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(3) $5\cos x + 12\sin x = \frac{13}{2}$

(4) $3\sin x - 4\cos x = 1$

(5) $\sqrt{3}\cos 2x + \sin 2x = 1$

(6) $\cos\frac{x}{2} + \sin\frac{x}{2} = 1$

04. සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(1) $2\cos^2 x - 4\sin x\cos x - \sin^2 x = 3$

(2) $4\sin^2 x + 12\sin x\cos x - \cos^2 x + 5 = 0$

(3) $\cos^2 \frac{x}{2} - 3 \sin \frac{x}{2} \cos x \frac{x}{2} - 2 \sin^2 \frac{x}{2} = 1$

(4) $\cos^2 x - 2 \sin x \cos x - \sin^2 x = 1$

(5) $\cos^2 x + 2 \sin x \cos x + \sin^2 x = 2$

05. පහත දී ඇති පරාස තුල විසඳුම් සොයන්න.

(1) $\tan x = \sqrt{3}$ $[0 \leq x \leq 2\pi]$

(2) $\tan x = 1$ $[-\pi \leq x \leq \pi]$

(3) $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ $[0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}]$

(4) $\sqrt{3} \cos x - \sin x = 1$ $[0 \leq x \leq \pi]$

(5) $\sin 2x = 1$ $x \in [-\pi, \pi]$

(6) $5 \sin^2 x = 4 \sin x$ $x \in [0, \pi]$

(7) $4 \cos^2 x + 12 \sin x \cos x - \sin^2 x + 5 = 0$ $x \in [0, 2\pi]$

06. සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(1) $\tan x + \tan 2x = 0$

(2) $\tan x + \tan 2x + \tan 3x = 0$

(3) α නියතයක්ද, $\alpha \neq n\pi$ ද වේ. $\tan x - \tan \alpha = \tan (x - \alpha)$

(4) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 1$

(5) $\sum_{r=1}^{5} \cos x = 5$

(6) $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \cos x$

(7) $4 \cos \theta - 3 \sec \theta = \tan \theta$

(8) $\cot \theta - \tan \theta = 2$

(9) $4 \cot 2\theta = \cot^2 \theta - \tan^2 \theta$

(10) $4 \sin^4 x + \cos^4 x = 1$

(11) $\sqrt{3} \sin^2 x + (1 - \sqrt{3}) \sin x \cos x - \sin x + \cos x - \cos^2 x = 0$

(12) $2^{1 + |\cos x| + |\cos x|^2 + |\cos x|^3 + \cdots} = 4$

(13) $3^{\sin 2x + 2\cos^2 x} + 3^{1-2\sin 2x + 2\cos^2 x} = 28$

(14) $\sin x + \cos (k + x) + \cos (k - x) = 2$ සඳහා තාත්වික විසඳුම් තිබේ. k හි අගය පරාසය සොයන්න.

(15) $\cos 2x + a \sin x = 2a - 7$ විසඳුමක් හෝ තිබීමට a වල අගය පරාසය දෙන්න.

(16) $\tan \theta + \tan 4\theta + \tan 7\theta = \tan \theta \,.\, \tan 4\theta \,.\, \tan 7\theta$

(17) $\sec \theta - \operatorname{cosec} \theta = \frac{4}{3}$

පසුගිය විභාග ගැටළු

01. $\sqrt{3} \cos \theta + \sin \theta$ යන්න $R \cos (\theta - \alpha)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි R සහ α තාත්ත්වික වේ. එනයින්, $\sqrt{3} \cos^2 \theta + (1 - \sqrt{3}) \sin \theta \cos \theta - \cos \theta + \sin \theta - \sin^2 \theta = 0$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න. *(2010 A/L)*

02. $\sin \theta - \cos \theta = 1$ සාධාරණ විසඳුම් දෙන්න. *(2009 A/L)*

03. $0 \leq x \leq 2\pi$ සඳහා $4 \sin^2 x + 12 \sin x \cos x - \cos^2 x + 5 = 0$ සමීකරණය විසඳන්න. *(2000 A/L)*

04. $\cos x + \cos 3x = \sin 2x + \sin 4x$ විසඳන්න. *(1999 A/L)*

05. $\cos x + \cos (x + \alpha) + \cos (x + \beta) = 0$ සමීකරණයෙහි x හි සාධාරණ විසඳුම් ලබාගන්න. (α, β නියත වේ.) *(1997 A/L)*

06. $\tan \theta + \tan 2\theta + \tan 3\theta = 0$ විසඳන්න. *(1996 A/L)*

07. (i) $3 \cos x - 4 \sin x = 5 \sin kx$ (k නියතයකි)

(ii) $4 - 4 (\cos x - \sin x) - \sin 2x = 0$ *(1995 A/L)*

08. (1) $6 \tan^2 x - 2 \cos^2 x = \cos 2x$

(2) $\sin \frac{x + y}{2} = u$ සහ $\cos \frac{x - y}{2} = v$ නම්, $\sin x + \sin y = \sqrt{2} \cos x . \cos y = \frac{1}{2}$ යන සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

$uv = \frac{1}{\sqrt{2}}, v^2 - u^2 = \frac{1}{2}$ ලෙස ඌනනය වන බව පෙන්වන්න. ඒ නයින් දී ඇති සමගාමී සමීකරණ x සහ y සඳහා විසඳන්න. *(1994 A/L)*

09. (1) $\sqrt{3}\,(\sin x + \cos x)^2 = \cos 2x$

(2) $2 \sin y \,.\, \sin (x + y) = \cos x$

$\cot x + \sin 2y = \sin 2x$ සමීකරණ x සහ y සපුරාලයි.

ඉහත පළමුවැනි සමීකරණය $\sin x \,.\, \sin 2y = \cos x \,.\, \cos 2y$ යන ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වා හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ y හි සමීකරණයක් ලබාගන්න.

ඒ නයින්, $0 \le x \le \pi$ සහ $0 \le y \le \pi$ විට x ද y ද සඳහා ඉහත සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

(1993 A/L)

10. $2A + B = \dfrac{\pi}{4}$ නම්, $\tan \beta = \dfrac{1 - 2\tan A - \tan^2 A}{1 + 2\tan A - \tan^2 A}$ $\tan \dfrac{\pi}{8}$ යන්න $x^2 + 2x - 1 = 0$ සමීකරණයෙහි මූලයක් බව ද එහි අගය $\sqrt{2} - 1$ බව ද අපෝහනය කරන්න. අනෙක් මූලය $\tan \theta$ නම්, $(0 , \pi)$ පරාසයෙහි පිහිටි θ සොයන්න.

(1993 A/L)

11. (1) $\cos(A + B)$ සඳහා සම්මත සූත්‍රය යොදා $\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1$ බව පෙන්වන්න.

$\cos 2\theta \,.\, \tan \theta + \sin \theta = 0$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම් දෙන්න.

(2) $\tan x - \tan (x - \alpha) = \tan \alpha$, $\alpha \neq 0$ විසඳන්න.

(1993 A/L)

12. (1) $5 \cos \theta + 12 \sin \theta = \dfrac{13}{2}$

(2) $\tan x + \tan 2x + \tan 3x = 0$ සමීකරණ විසඳන්න.

(1991 A/L)

13. (1) $\sin \theta - \cos \theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

(2) $\sin x \cos x - 6 \sin x + 6 \cos x + 6 = 0$ සමීකරණ විසඳන්න.

(1990 A/L)

14. $\tan (\theta + \alpha) - (3 + 2\sqrt{2}) \tan \theta = 0$ නම් θ සඳහා තාත්වික විසඳුම් තිබීමට $\sin \alpha$ හි පරාසය ප්‍රකාශ කරමින් $\sin (2\theta + \alpha) = \sqrt{2} \sin \alpha$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $\tan \left(\theta + \dfrac{\pi}{6}\right) - (3 + 2\sqrt{2}) \tan \theta = 0$ සමීකරණය සපුරාලනු ලබන θ හි අගයන් සොයන්න.

(1989 A/L)

15. $\sin x + \cos y = 1$, $\cos 2x - \cos 2y = 1$ සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න. *(1986 A/L)*

16. $9 \cos^2 x + 24 \sin x \,.\, \cos x + 16 \sin^2 x - \dfrac{25}{4} = 0$ සමීකරණය විසඳන්න. *(1985 A/L)*

17. $6 \tan 2\theta - 3 \tan \theta - 5 \cot \theta = 0$ සමීකරණය විසඳන්න. *(1983 A/L)*

18. (1) $\tan 3\theta = 1$, $\tan \theta$ යන්න $t^3 - 3t^2 - 3t + 1 = 0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න.

මේ සමීකරණය විසඳා, මූල තුනට අනුරූප θ හි අගයයන් සොයන්න.

(2) $\cos x + \cos y = \dfrac{1}{3}$, $\sin x + \sin y = \dfrac{1}{4}$ නම් $\tan \dfrac{x + y}{2} = \dfrac{3}{4}$ බව පෙන්වා, සමීකරණය සපුරාලන සේ x වත්, y වත් තිබිය හැකි සියලුම අගයයන් සොයන්න.

(1982 A/L)